

Tot slot: CeNDEF

Op de UvA is er een speciale onderzoeksgroep die zich bezig houdt met onderzoek naar toepassingen van Niet-lineaire Dynamica in de Economie en Financiële Economie. Zij verzorgen onder andere het specialisatie vak Niet-lineaire Economische Dynamica van de studierichting Wiskundige Economie. Het vakgebied is sterk in ontwikkeling en is zeer interessant om bijvoorbeeld op af te studeren.

1 Zoals bijvoorbeeld Q-statistics en variance ratio toetsen.

2 Een lineair stelsel differentievergelijkingen zou je als volgt schrijven; met A een (k × k)-matrix:

$$\cdot \quad x_{t+1} = A \times x_t, \quad x_t \in R^k \text{ en } t \in N$$

Hier valt bijvoorbeeld ook de volgende differentie vergelijking onder:

$$\cdot \quad y_{t+1} = a_1 \times y_t + a_2 \times y_{t-1}, \quad y_t \in R$$

Dit is namelijk te schrijven als het stelsel vergelijkingen:

$$\cdot \quad y_{t+1} = a_1 \times y_t + a_2 \times z_t$$

$$\cdot \quad z_{t+1} = y_t$$

Dit is dus te schrijven als een stelsel van de vorm:

$$\cdot \quad x_{t+1} = A \times x_t$$

met $x_t = [y_t ; z_t]^T$ en A een (2 × 2)-matrix.

3 Hiermee wordt niet bedoeld dat de klassieke tijdreeksenmetrie op zich een slechte methode is, slechts dat deze verschilt van de hier geschetste aanpak.

4 Op deze term komen we nog terug.

5 Namelijk groter dan twee keer de dimensie van de attractor van het systeem.

6 Dit is een stelsel differentiaal-vergelijkingen in drie variabelen x, y en z. En constanten s, r, b:

$$dx/dt = s(y - x)$$

$$dy/dt = r \times x - y - x \times z$$

$$dz/dt = -b \times z + x \times y$$

De niet-lineariteit bestaat uit de termen $x \times y$ en $x \times z$.

7 Dit is erg kort door de bocht maar schetst wel de globale aanpak.

Puzzel

Als eerste zullen we gaan bekend maken wie de puzzel uit Aenorm 26 heeft gewonnen. Gezien de meerdere goede inzendingen hebben we wederom moeten loten. Uit de loting is Michel Ansing als winnaar gekomen. De boekebon zal worden opgestuurd. De oplossing, zoals gegeven door Michel volgt hieronder.

Noem een getal mooi als dit getal te schrijven is als verschil van twee kwadraten van natuurlijke getallen.

Lemma

- 1) Alle oneven getallen zijn mooi.
- 2) $m \in N$ is mooi $\Leftrightarrow 4/m$
m even

Bewijs van (1):

Zij $n \in N$ en n oneven

Dan is er een $k \in N$ met $n=2k+1$

$$n=2k+1 = (k+1)^2 - k^2$$

n = mooi

Bewijs van (2):

Zij $m \in N$, m even en m mooi

Dan is m te schrijven als verschil van twee even kwadraten of twee oneven kwadraten.

$$\text{Er zijn een } k, n \text{ waarvoor geldt: } m=(k+2n)^2 - k^2 \\ = 4n(k+n)$$

Dus $4/m$

Zij $m \in N$ met $4/m$

Dan is er een $k \in N$ met $m=4(k+1)$

$$= 4n(k+n)$$

Dus m is mooi.

Gevolg:

Aantal mooie oneven getallen tussen 1 en 1000:

$$(1000/2-1)=499$$

Aantal mooie even getallen tussen 1 en 1000:

$$996/4=249$$

Aantal mooie getallen tussen 1 en 1000: 748

Dan nu de nieuwe puzzel:

Gordon Gekko heeft een bedrijf en wil het verkopen. Hij weet zelf hoeveel het waard is en verkoopt alleen als het bod hoger of gelijk is aan de waarde. Nice guy Eddie wil het bedrijf wel kopen. Alles wat hij weet is dat de waarde van het bedrijf homogeen verdeeld is tussen 0 en 100. (De kansdichtheid tussen 0 en 100 is constant). Bovendien weet Nice guy Eddie dat als hij het bedrijf koopt, het bedrijf 50% meer waard wordt. Als het bedrijf bijvoorbeeld 50 waard is als hij het koopt, dan wordt het bedrijf 75 waard nadat hij het heeft gekocht. Wat kan Nice guy Eddie nu het beste bieden aan Gordon Gekko?

Met dank aan Paul Roos.