Puzzel

Ook in deze Aenorm weer twee leuke puzzels. Allereerst de oplossingen van Aenorm 36.

Puzzel 1
Het antwoord op dit raadsel luidt:
Jane, Ann, Joe, Bet, Rose en Jim verdienen respectievelijk 3 shilling en 2 penny's, 2 shilling en 7 penny's, 1 shilling en 11 penny's, 1 shilling en 5 penny's, 1 shilling en 1 penny, en 8 penny's per week. Hierbij moet wel worden verteld dat, omdat het een victoriaanse puzzel betrof, er nog in het oude systeem van 12 penny's per shilling moet worden gerekent.

Puzzel 2
De uitkomst van de puzzel was, zoals correct opgemerkt door een aantal inzendingen niet opgelost worden in een geheel aantal flessen. Worden er ook breuken toegestaan, dan luidt het antwoord als volgt:

Laat x het totale aantal flessen zijn; dan was $x^2 – 60$ de prijs die ervoor betaald werd, hetgeen een kwadraat is - zeg, $(x-m)^2$. Nu geldt: 1/5 van de prijs van de flessen van vijf euro + 1/8 van de prijs van de flessen van acht euro = x, zodat $x^2 – 60$, de totale prijs, in twee delen moet worden gesplitst, zdd 1/5 van de een + 1/8 van de ander = x. We kunnen hier geen echte oplossing voor hebben, tenzij $x>1/8(x^2-60)$ en $x<1/5(x^2-60)$. Hieruit volgt dat $5x<x^2 < 8x$

(1) Aangezien $x^2 > 5x + 60$,
Of $x^2 =5x$ + een getal groter dan 60, waardoor x niet kleiner dan 11 is.

(2) $x^2 < 8x + 60$
Of $x^2 = 5x$ + een getal kleiner dan 60
Waaruit volgt dat x niet groter dan 12 is.

Daarom is $11<x<12$.
Nu (van boven) is $x = (m^2+60)/2m$; waaruit volgt dat $22m < (m^2+60) < 24m$.Derhalve (1) is $22m = m^2$ + (een getal kleiner dan 60), en daarom is m niet kleiner dan 19. $24m = m^2$ + (een getal groter dan 60), en daarom is m kleiner dan 21. Zodoende stellen we dat m = 20, en $x^2 – 60 = (x - 20)^2$, zodat: x = 11 ½, x^2 = 132 ¼ en $x^2 – 60$ = 72 ¼. Daarom dienen we 72 ¼ in twee delen te splitsen, zodanig dat 1/5 van het ene deel plus 1/8 van het andere deel = 11 ½.
Stel het eerste deel op 5z; dan geldt: 1/8 (tweede deel) = 11 ½ -z, ofwel het tweede deel = 92 – 8z; daarom is 5z + 92 -8z = 72 ¼, en z = 79/12 Het aantal flessen van vijf euro is dus 79/12.Het aantal flessen van acht euris dus 59/12.

Er was helaas geen inzending voor de lagerejaars puzzel en geen correcte uitwerking van de hogerejaars puzzel. Joep Greuter heeft echter aangetoond dat een oplossing in gehele flessen niet bestaat, dus vandaar dat hij binnenkort een boekenbon op zijn deurmat mag verwachten.

De nieuwe puzzels luiden als volgt:

De leeftijd van Augustus de Morgan
'Professor De Morgan schreef in 1864 dat hij x jaar oud was in het jaar x^2 . Wanneer werd hij geboren. "

Het harmonische vierkant
De oude grieken onderscheidden drie belangrijke gemiddelden: het rekenkundig gemiddelde, het meetkundig gemiddelde, die allebei welbekend zijn, en het harmonisch gemiddelde. Het harmonisch gemiddelde van twee getallen vindt men door hun reciproke te nemen en daar het gemiddelde van te berekenen en de reciproke van de uitkomst te nemen. Met andere woorden, het harmonisch gemiddelde van x en y is: 1/(1/2(1/x+1/y)), hetgeen zich laat vereenvoudigen tot: 2xy/(x+y)

Hoe kunnen de hokjes van dit vierkant met behulp van bovenstaande uitleg zo met cijfers worden ingevuld dat de hokjes in het midden van elke zijde en het middelste hokje elk de harmonisch gemiddelden bevatten van de getallen waar ze tussenin staan? Vergeet hierbij niet dat het getal in het middelste hokje tussen vier paren getallen in staat.

Veel succes toegewenst!